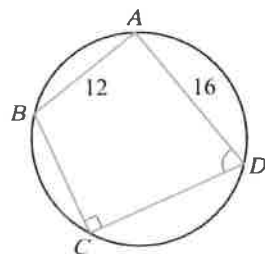
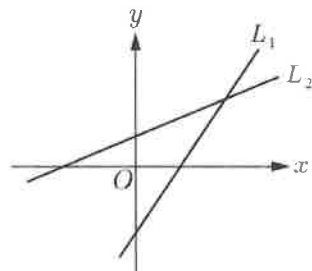


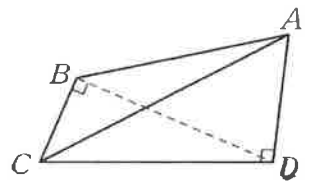
臺灣警察專科學校 110 學年度專科警員班第 40 期正期學生組新生入學考試甲組數學科試題

- 壹、單選題：(一) 30 題，題號自第 1 題至第 30 題，每題 2 分，計 60 分。
 (二) 未作答者不給分，答錯者不倒扣。
 (三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

准考證號：_____

- 若 $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ ，直線 $y = \frac{1}{4}$ 與函數 $y = \cos x$ 的圖形有幾個交點？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
- 如右圖所示，兩直線 L_1, L_2 之方程式分別為 $L_1: ax - y + b = 0, L_2: cx - y + d = 0$ ，其中 a, b, c, d 為實數，試選出正確的選項。
 (A) $b > 0$ (B) $c < 0$ (C) $c > a$ (D) $d > b$ 。
- 已知 a, b 為實數，若 $|ax + 1| \leq b$ 的解為 $-3 \leq x \leq 5$ ，則數對 (a, b) 為何？
 (A) $(1, -4)$ (B) $(1, 4)$ (C) $(-1, 4)$ (D) $(-1, -4)$ 。
- 坐標空間中，方程組 $\begin{cases} 7x + 3y = 10 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases}$ 所代表的圖形為何？
 (A) 一點 (B) 兩相交直線 (C) 垂直於 xz 平面的直線 (D) 平行 z 軸的直線。
- 某校辯論社由 5 名男生及 5 名女生組成，現從其中選出 5 人組成代表隊，且男生、女生均至少要有 1 人，則組隊方法共有幾種？
 (A) 250 (B) 350 (C) 700 (D) 1400。
- 設 $f(x) = x^5 - 4x^4 - 72x^3 - 56x^2 + 15x + 8$ ，則 $f(11)$ 之值為何？
 (A) 43 (B) 52 (C) 60 (D) 63。
- 設二次函數 $y = ax^2 + bx + \frac{3}{a}$ 在 $x = -2$ 有最大值 -1 ($a, b \in \mathbf{R}$)，則 $b = ?$
 (A) 1 (B) -1 (C) 3 (D) -3 。
- 設 $a = 2^{\frac{-1}{2}}$ ， $b = 3^{\frac{-1}{3}}$ ， $c = 4^{\frac{-1}{4}}$ ，則下列選項何者為真？
 (A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $a = c > b$ (D) $a = c < b$ 。
- 設 $x, y > 0$ ，若 $\log x + \log y = 2$ ，則 $\frac{4}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值為何？
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{5}$ 。
- 解方程式 $2 \log(7-x) = \log 2 + \log(x-3)$ ，則 x 值為何？
 (A) 3 (B) 5 (C) 9 (D) 11。
- 設 $a \in \mathbf{R}$ ，若 $3-i$ 為實係數方程式 $f(x) = x^3 + ax^2 + 4x + 10 = 0$ 的一根，則求方程式的實根為何？
 (A) -1 (B) -2 (C) 1 (D) 2。
- 一等差數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_4 = 42, a_{10} = 27$ ，當前 n 項和 S_n 有最大值，則此時 n 的值為何？
 (A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21。
- 設 $a > 0$ 且已知 $(ax - \frac{1}{x^3})^8$ 的展開式中，常數項為 1792，則實數 $a = ?$
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6。
- 設 X 表示某校高三 500 位同學複習考數學成績， Y 代表物理成績，且數學平均 $\mu_x = 60$ ，物理平均 $\mu_y = 65$ ，數學標準差 $\sigma_x = 2$ ，相關係數 $r = \frac{2}{3}$ ，已知點 $(63, 68)$ 為迴歸直線上一點，則物理成績的標準差 σ_y 為何？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
- 設 θ 為銳角，若 $\sin \theta - \cos \theta = -\frac{1}{5}$ ，試求 $\tan \theta = ?$
 (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{5}{3}$ 。
- 如右圖， $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\overline{AB} = 12, \overline{AD} = 16, \angle C = 90^\circ, \angle D = 60^\circ$ ，試求 $\overline{AC} = ?$
 (A) $10\sqrt{2}$ (B) $10\sqrt{3}$ (C) $12\sqrt{2}$ (D) $12\sqrt{3}$ 。



17. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ 滿足 $A \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $A \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$, 則下列敘述何者為真?
 (A) $a=6$ (B) $b=-11$ (C) $c=11$ (D) $d=25$ 。
18. 已知圓 $C: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$, 若通過圓上一點 $P(3, 5)$ 的切線為 L , 則直線 L 亦通過哪些點?
 (A) $(0, 9)$ (B) $(6, 2)$ (C) $(1, 7)$ (D) $(4, 3)$ 。
19. 下列各數何者最大?
 (A) $\sin 12^\circ + \cos 12^\circ$ (B) $\sin 32^\circ + \cos 32^\circ$ (C) $\sin 52^\circ + \cos 52^\circ$ (D) $\sin 72^\circ + \cos 72^\circ$ 。
20. 已知第二次期中考後, 導師宣布成績: 全班學生中, 有 $\frac{2}{5}$ 數學不及格, 有 $\frac{3}{8}$ 英文不及格, 有 $\frac{1}{3}$ 兩科都不及格。今任選班上一學生, 則已知該生英文及格, 那麼該生數學不及格的機率為何?
 (A) $\frac{8}{45}$ (B) $\frac{8}{75}$ (C) $\frac{14}{45}$ (D) $\frac{14}{75}$ 。
21. 設 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{c}|=5$, $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, 則 $|\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}| = ?$
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8。
22. 在坐標平面上滿足方程式 $(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = 0$ 的點 (x, y) 所構成的圖形為何?
 (A) 原點 (B) 兩條相異直線 (C) 一條直線與一點 (D) 圓與一點。
23. 已知空間中兩向量 \vec{a} 和 \vec{b} , 若 $\vec{a} \times \vec{b} = (3, 6, -2)$, 且 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=7$, \vec{a} 和 \vec{b} 的夾角 θ , 則 $\sin \theta$ 之值為何?
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ 。
24. 如右圖, $ABCD$ 為四面體, 已知 \overline{AD} 垂直於平面 BCD , $\overline{BC} \perp \overline{BD}$, $\overline{AD} = 15$, $\overline{CD} = 20$, $\overline{AB} = 24$ 。若平面 ADB 與平面 ADC 的夾角為 θ , 求 $\sin \theta$ 之值?
 (A) $\frac{7}{20}$ (B) $\frac{5}{13}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{5}{6}$ 。
- 
25. 設點 P 在橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ 上任一點, F_1, F_2 為兩交點, 則 $\overline{PF_1} \times \overline{PF_2}$ 之最大值為 M , 最小值為 m , 求數對 $(M, m) = ?$
 (A) $(169, 144)$ (B) $(169, 25)$ (C) $(144, 121)$ (D) $(196, 169)$ 。
26. 設 $i = \sqrt{-1}$, 若複數 $z = \frac{(3-4i)(2-5i)}{(5+2i)(12-5i)}$, 則 $|z| = ?$
 (A) $\frac{3}{13}$ (B) $\frac{5}{13}$ (C) $\frac{7}{13}$ (D) $\frac{9}{13}$ 。
27. 設平面 E 與 x 軸、 y 軸、 z 軸依序交於點 $(2, 0, 0)$, $(0, -6, 0)$, $(0, 0, 4)$, 求原點到平面 E 的距離為何?
 (A) $\frac{6}{7}$ (B) $\frac{8}{7}$ (C) $\frac{10}{7}$ (D) $\frac{12}{7}$ 。
28. 判斷下列哪個數列收斂?
 (A) $\left\langle \frac{3n^2+5}{2n+7} \right\rangle$ (B) $\left\langle \frac{2^n+5^n}{4^n+3^n} \right\rangle$ (C) $\langle \sqrt{n^2+n+1} - n \rangle$ (D) $\langle \cos(n\pi) \rangle$ 。
29. 若方程組 $\begin{cases} x+2y+3z=6 \\ 2x-y+z=2 \\ 3x+y+4z=k \end{cases}$ 有解, 則 $k = ?$
 (A) -1 (B) 3 (C) -5 (D) 8。
30. 設 $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, 試解 $\sqrt{3} \cos x - \sin x = -1$, 則 $x = ?$
 (A) $-\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $-\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{3}$ 。

貳、多重選擇題：(一) 共 10 題, 題號自第 31 題至第 40 題, 每題 4 分, 計 40 分。

(二) 每題 5 個選項各自獨立其中至少有 1 個選項是正確的, 每題皆不倒扣, 5 個選項全部答對得該題全部分數, 只錯 1 個選項可得一半分數, 錯 2 個或 2 個以上選項不給分。

(三) 請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

31. 下列哪些二階方陣可將 x 軸變換到 y 軸？

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 。

32. 已知在二項分布中兩隨機變數 $X \sim B(10, 0.5)$ ， $Y \sim B(10, 0.8)$ ，試問下列敘述哪些是正確的？

- (A) X 的平均數比 Y 的平均數大 (B) X 的變異數比 Y 的變異數大
(C) $P(X \leq 5) \geq 0.5$ (D) $P(Y \leq 5) \geq 0.5$ (E) $P(Y > 5) \geq P(X > 5)$ 。

33. 下列有關空間的敘述，那些選項是正確的？

- (A) 過已知直線外一點，「恰有」一平面與此直線垂直
(B) 過已知直線外一點，「恰有」一平面與此直線平行
(C) 過已知平面外一點，「恰有」一直線與此平面平行
(D) 過已知平面外一點，「恰有」一平面與此平面垂直
(E) 過已知平面外一點，「恰有」一平面與此平面平行。

34. 下列哪一個函數的圖形與 $x + y = 0$ 恰有一交點？

(A) $y = 2^x$ (B) $y = -2^x$ (C) $y = 2^{-|x|}$ (D) $y = 2^{|x|}$ (E) $y = 2^{x-2}$ 。

35. 設方程式 $\Gamma: |\sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2} - \sqrt{(x+3)^2 + (y-2)^2}| = k$ ，則當 k 為下列何值時， Γ 的圖形是雙曲線？

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10。

36. 關於下列各無窮級數和，下列選項哪些是正確的？

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} 1 = 1$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \frac{5}{2}$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 1$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1$ (E) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{2}$ 。

37. 若有向角 θ 的始邊在 x 軸的正向，其終邊上一點 P 的坐標為 $(x, 5)$ ， $\tan \theta = -4$ ，則下列選項哪些是正確的？

(A) $x = -3$ (B) $\sin \theta = \frac{4}{5}$
(C) $\sin(90^\circ + \theta) = -\frac{\sqrt{17}}{17}$ (D) $\cos(180^\circ - \theta) = \frac{\sqrt{17}}{17}$ (E) $\sin(-\theta) = -\frac{4\sqrt{17}}{17}$ 。

38. 對於二元一次方程組 $\begin{cases} kx + 2y = 2k + 1 \\ 2x + ky = 7 - k \end{cases}$ ，下列選項哪些是正確的？

- (A) 若方程組恰有一組解，則 $k \neq 2, -2$ (B) 若 $k = 2$ ，則方程組無解
(C) 若 $k = -2$ ，則方程組無解 (D) 若方程組無解，則其所表示的二直線距離為 2
(E) 若方程組有無限多組解，則其圖形表斜率為 -1 之直線。

39. 擲一枚均勻硬幣 4 次，恰好出現 n 次正面的機率為 a_n ；擲一枚均勻硬幣 8 次，恰好出現 n 次正面的機率為 b_n ，試問下列哪些選項是正確的？

(A) $a_2 = \frac{1}{2}$ (B) $a_2 = b_4$
(C) $b_2 = b_6$ (D) $a_3 > b_3$ (E) b_0, b_1, \dots, b_8 中的最大值為 b_5 。

40. 設 $\omega = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$ ，則下列選項哪些是正確的？

(A) $\omega^{110} = 1$ (B) $1 + \omega + \omega^2 + \dots + \omega^{21} = 1$
(C) $\omega^6 = \overline{\omega}$ (D) $(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^3)(1 - \omega^4)(1 - \omega^5)(1 - \omega^6) = 7$
(E) $|1 - \omega| \times |1 - \omega^2| \times |1 - \omega^3| = 3$ 。